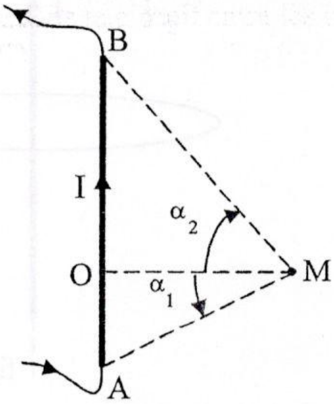
Université Hassan II de Casablanca
Faculté des sciences Ain chock

SMC-SMP S3 2015 / 2016

Examen d'électricité II

Mercredi 13 Janvier 2016 Durée : 1h 30

Exercice 1



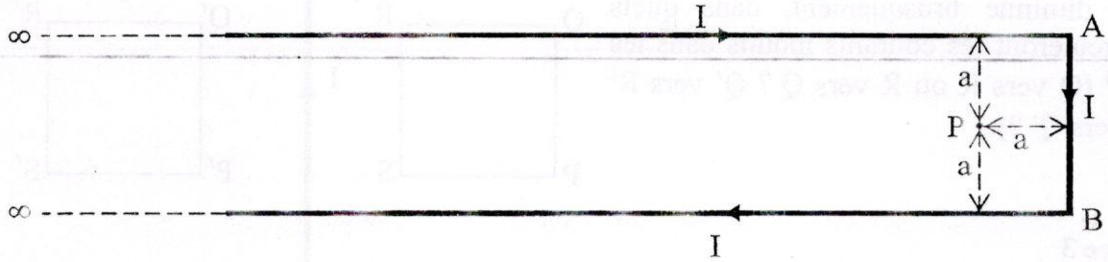
Un fil [AB] est parcouru par un courant d'intensité I.

1) Montrer que le champ produit par ce fil [AB] en un point M quelconque est donné dans la base cylindrique par :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_o}{4\pi\rho}(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1)\,\vec{e}_\varphi$$

où $\rho = OM$ est la distance de M au fil.

2) **Application** : Un fil indéfini, noté $\infty AB\infty$, parcouru par le courant I est disposé selon la figure ci-dessous. En utilisant la question précédente, déterminer l'expression du champ $\vec{B}(P)$, où P est un point à égale distance " a " des trois côtés.



Exercice 2

Aucun calcul n'est demandé dans cet exercice.

Soit un fil conducteur infiniment long, parcouru par un courant d'intensité I (cf.fig ci-contre).

1) a- Ce système possède-t-il des plans de symétrie ou d'antisymétrie ? Dans l'affirmative, préciser ces plans.

b- En déduire les composantes B_ρ et B_z (dans le système de coordonnées cylindriques) du champ magnétique en un point M de l'espace ?

2) Le fil conducteur présente-t-il des invariances ? Si oui, lesquelles ? Que devient alors l'expression $\vec{B}(M)$?

3) Dans un plan perpendiculaire au fil conducteur, dessiner l'allure des lignes de champ.

4) a- On place une spire circulaire conductrice de façon à ce que l'axe de la spire coïncide avec le fil (cf.fig 1 ci-dessous). Si le courant I dans le fil varie dans le temps, un courant induit apparaitra-t-il dans la spire ? On justifiera soigneusement la réponse.

b- Même question si on place la spire de façon qu'un de ses diamètres coïncide avec le fil (cf.fig 2 ci-dessous).

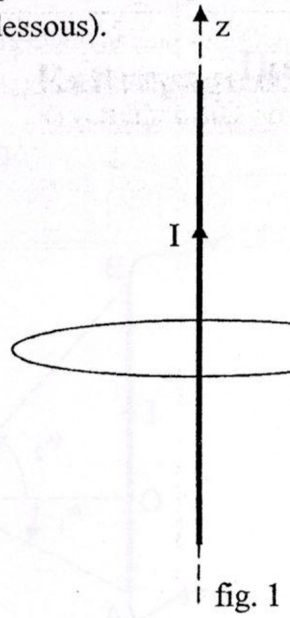


fig. 1

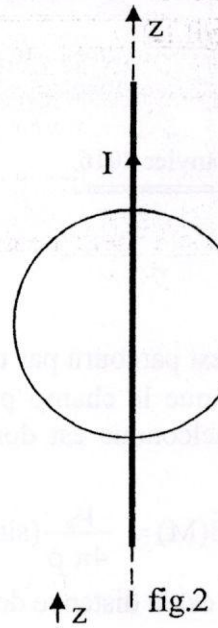
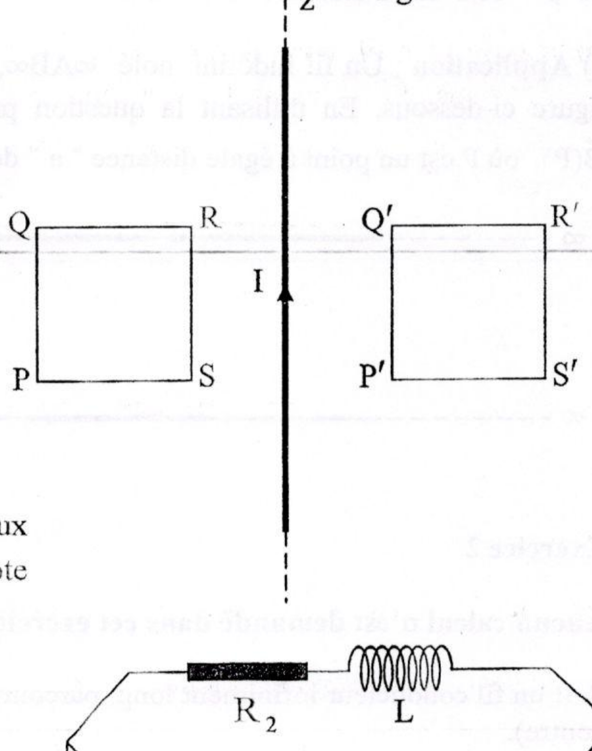


fig.2

5) On place maintenant deux spires carrées PQRS et P'Q'R'S' de part et d'autre du fil, le tout dans un même plan. Si le courant I (dirigé vers le haut comme indiqué sur la figure) diminue brusquement, dans quels sens circuleront les courants induits dans les spires ? (Q vers R ou R vers Q ? Q' vers R' ou R' vers Q' ?).



Exercice 3

On applique une tension $e(t) = E_o \sin\omega t$ aux bornes du circuit ci-contre. On note $i(t) = I_o \sin(\omega t + \varphi)$ le courant principal.

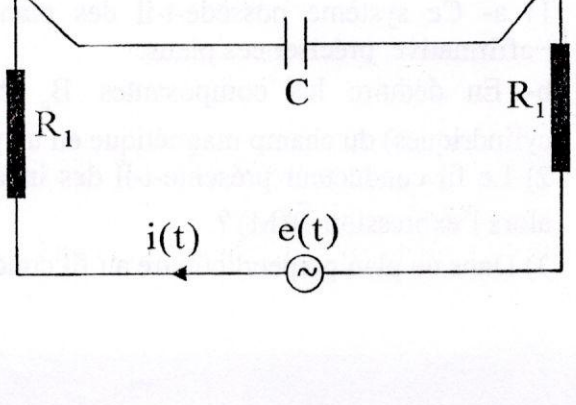
On donne : $R_1 = \frac{1}{2}\ k\Omega$, $R_2 = 1\ k\Omega$,

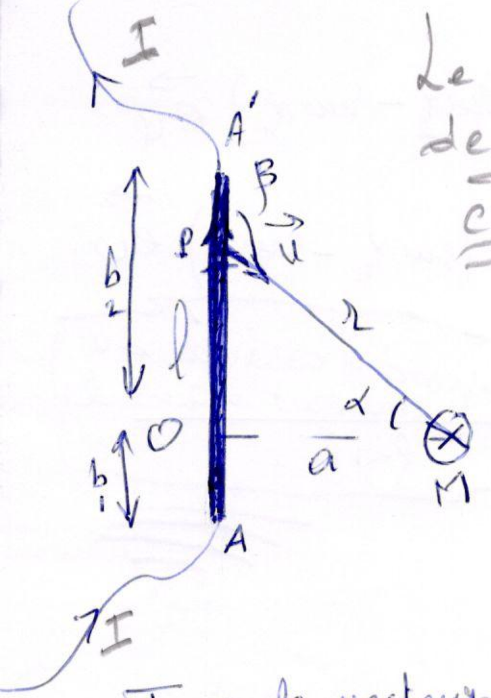
$$L\omega = 1\ k\Omega \quad \text{et} \quad \frac{1}{C\omega} = 2\ k\Omega .$$

1- Donner la valeur numérique de l'impédance complexe $\underline{Z}$ du circuit (celle aux bornes du générateur)

2- En déduire les valeurs numériques de son module Z et de son argument α.

3- Donner la valeur de I_o sachant que $E_o = 12V$ et le déphasage φ de i par rapport à e.





Le plan de la figure est un plan de symétrie ;

conséquence : $\vec{B}(M)$ est $\perp$ à ce plan.

$$\vec{dB}(M) = \frac{\mu_0 I \, \vec{dl} \wedge \vec{u}}{4\pi r^2}$$

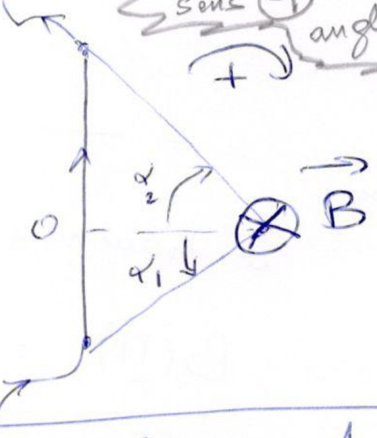
pt d'app : M
direct : $\perp$ au plan de la fig
sens : voir fig

$\frac{\mu_0 I \, dl}{4\pi r} \sin\beta$

$= \frac{\mu_0 I \, dl}{4\pi r^2} \cos\alpha$

Tous les vecteurs $\vec{dB}$ ont la m̂ direction, et le m̂ sens $\longrightarrow$ le champ résultant est :

sens $\oplus$ des angles α

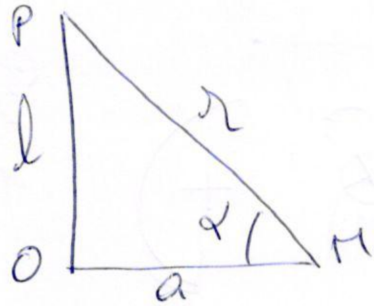


$$B = \int_{AA'} dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{AA'} \frac{dl \cos\alpha}{r^2}$$

Exprimons l et r en fonction de α.

Dans le triangle PAM, on a :

$\boxed{\text{M est un point fixe} \rightarrow a \text{ est une constante du problème}}$

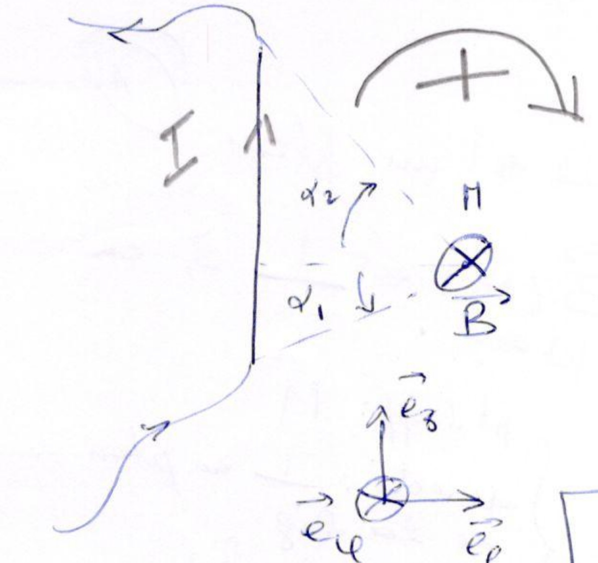


$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{l}{a} \rightarrow dl = \frac{a}{\cos^2\alpha} d\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{a}{r} \rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{\cos^2\alpha}{a^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\cancel{a}}{\cancel{\cos^2\alpha}} \frac{\cancel{\cos^2\alpha}}{a^{\cancel{2}}} \cos\alpha \, d\alpha$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \cos\alpha \, d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1)$$



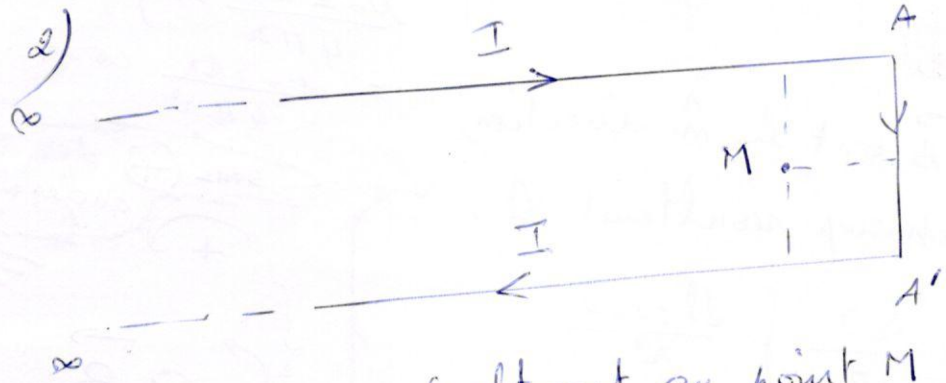
$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1)\,\vec{e}_\varphi$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi \rho}(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1)\,\vec{e}_\varphi$$

$\boxed{\rho = a}$

α_1 correspond l'arrivée du courant dans le fil

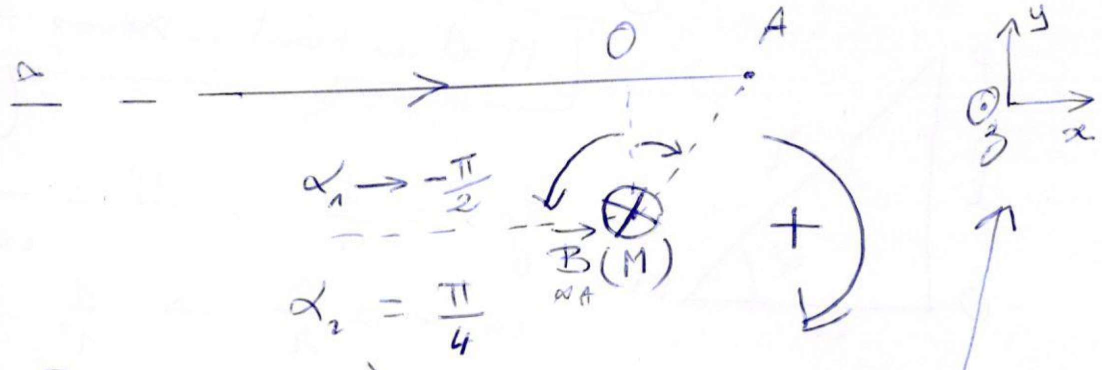
2)



Le champ résultant au point M est :

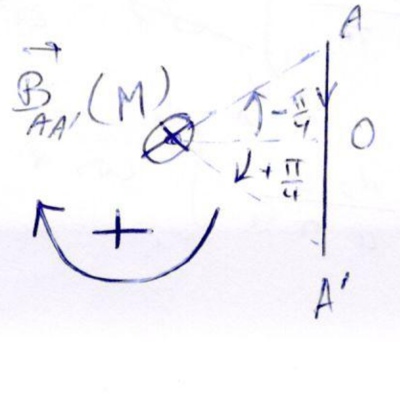
$$\vec{B}(M) = \vec{B}_{\infty A} + \vec{B}_{AA'} + \vec{B}_{A'\infty}$$ (Principe de superposition)

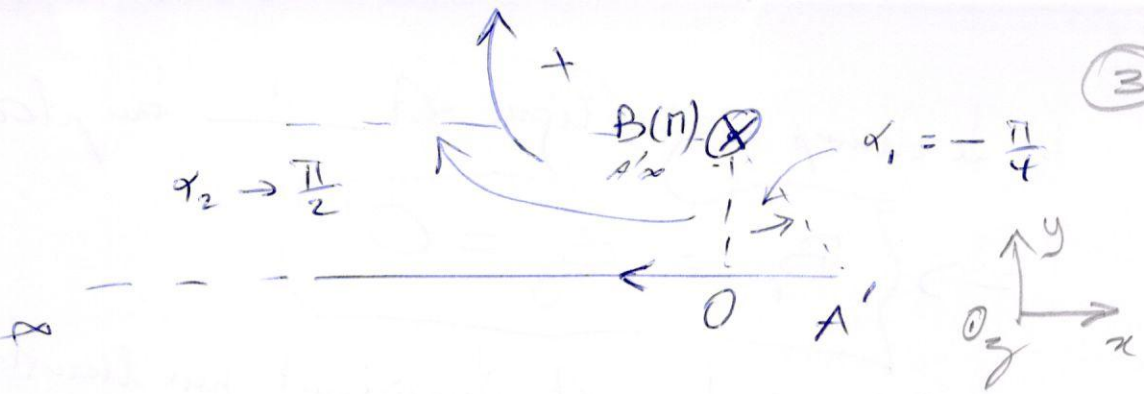
$\vec{B}_{\infty A}$?



$$\vec{B}_{\infty A} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\sin\frac{\pi}{4} + 1\right)\vec{e}_z$$

$$\vec{B}_{AA'}(M) = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\sin\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{4}\right)$$





$$B_{A'\infty}(M) = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\sin\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{4}\right)\vec{e_z}$$

$$\vec{B}(M) = \vec{B}_{\infty A}(M) + \vec{B}_{AA'}(M) + \vec{B}_{A'\infty}(M)$$

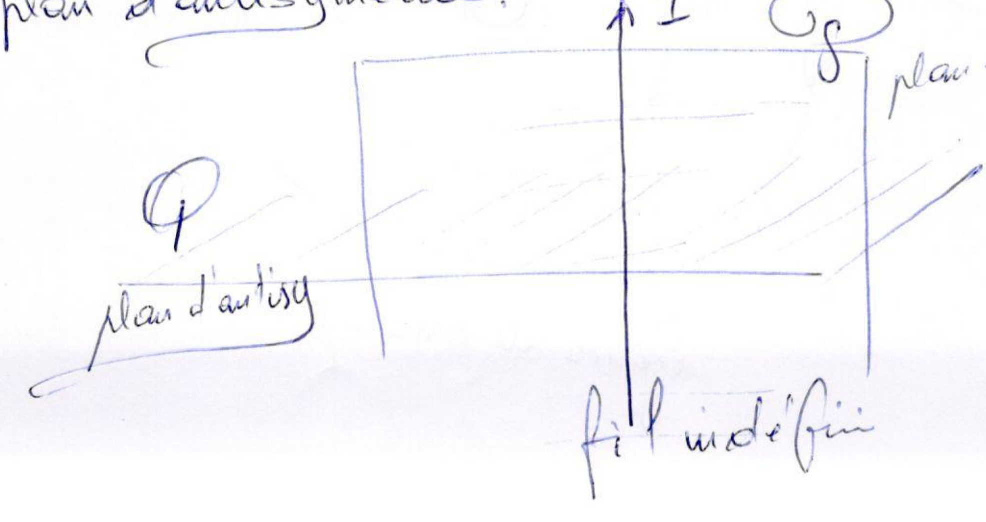
$$= -\frac{\mu_0 I}{4\pi}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\vec{e_z}$$

$$= -\frac{\mu_0 I}{4\pi}\left(4\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\right)\vec{e_z}$$

$$\boxed{\vec{B}(M) = -\frac{\mu_0 I}{\pi}\left(\frac{1+\sqrt{2}}{2}\right)\vec{e_z}}$$

Ex2

1) Tout plan contenant le fil indéfini est un plan de symétrie et tout plan $\perp$ au fil est un plan d'antisymétrie.



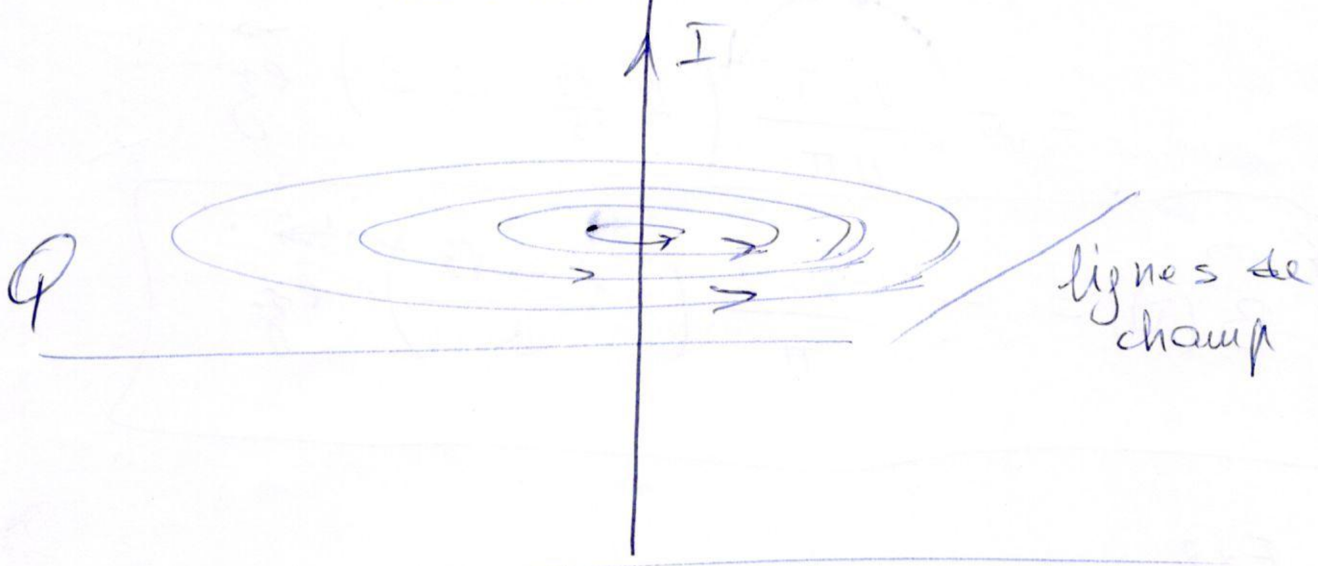
b) Le champ magnétique est $\perp$ au plan $\mathcal{P}$

$\Rightarrow \boxed{B_\rho = B_z = 0}$

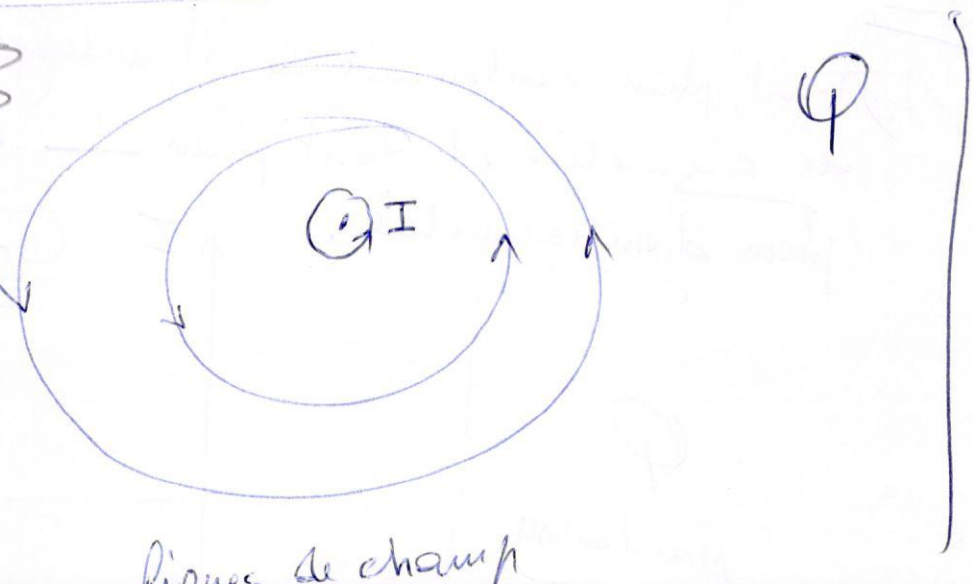
2) Le fil conducteur est invariant par translation // à Oz et invariant par ~~a~~ rotation autour du même axe.

$\longrightarrow \boxed{\vec{B}(M) = \vec{B}(\rho, \varphi, z) = B(\rho)\,\vec{e}_\varphi}$

3) Les lignes de champ sont donc des cercles d'axe le fil conducteur

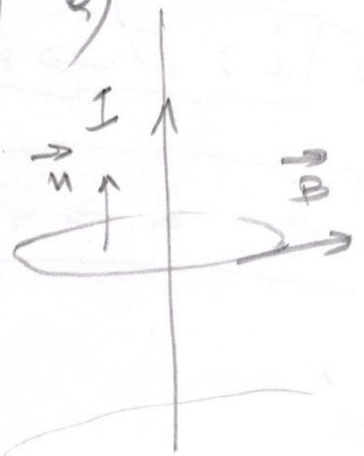


vue d'au dessus



lignes de champ

4) a)

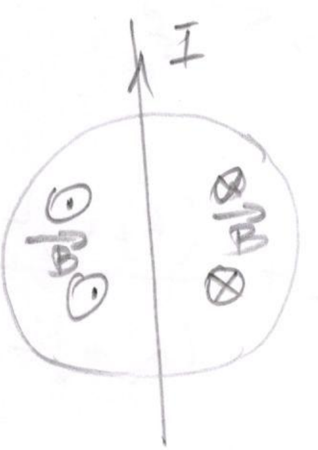


Dans ce cas, le flux/spire est :

$\Phi = \iint \vec{B}\, d\vec{S} = 0$ (car $\vec{B} \perp d\vec{S}$)

– si I varie, $\|\vec{B}\|$ varie mais Φ ne varie pas (il reste nul). Donc pas de courant induit.

b)



Ici $\vec{B}$ et $d\vec{S}$ sont colinéaires.

Mais dans une moitié :

$\vec{B} \cdot d\vec{S} = + B\,dS$

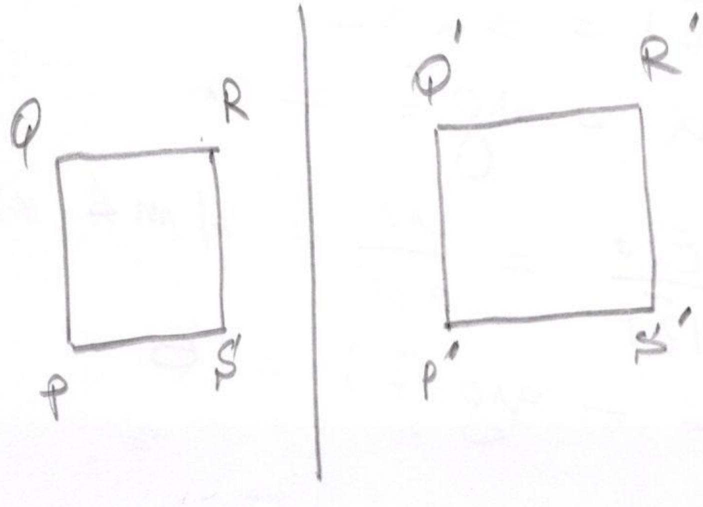
et dans l'autre moitié :

$\vec{B} \cdot d\vec{S} = - B\,dS$

Ainsi $\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ là aussi.

donc Φ ne varie pas → pas de courant induit

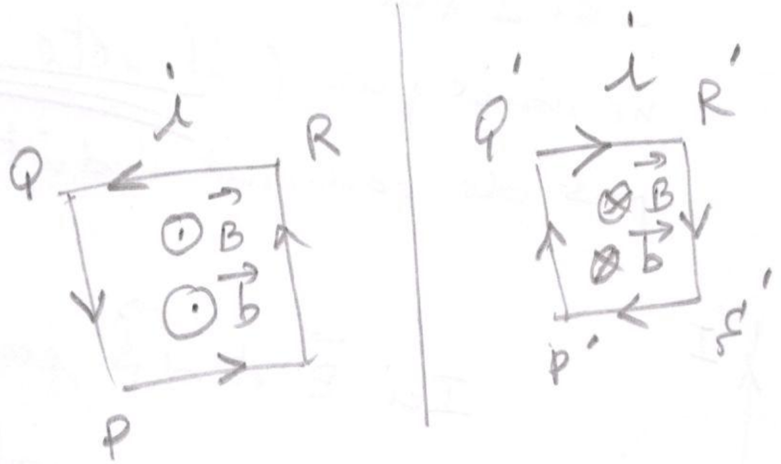
5)



P'Q'R'S' : Si I ↘, $|\vec{B}|$ ↘ donc un courant i circulera dans le cadre P'Q'R'S' de façon à opposer à cette diminution.

donc de façon à créer un champ $\vec{b}$ de même sens que $\vec{B}$. Donc $\boxed{i : Q' \to R'}$

PQRS : Même raisonnement : $\boxed{i : R \to Q}$



Ex 3

1) $\overline{Z} = R_1 + R_1 + \dfrac{(R_2 + jL\omega) \cdot \frac{1}{jC\omega}}{(R_2 + jL\omega) + \frac{1}{jC\omega}}$

$= 2R_1 + \dfrac{R_2 + jL\omega}{1 + (R_2 + jL\omega) jC\omega}$

A.N : $\overline{Z} = 2 \times \dfrac{1}{2} + \dfrac{1+j}{1 + \frac{j}{2}(1+j)} = 3 \ (k\Omega)$

2) D'où : $|\overline{Z}| = 3 \, k\Omega$

$\alpha = \arg \overline{Z} = 0$

3°) $I_0 = \dfrac{E_0}{|\overline{Z}|} = \dfrac{12}{3 \, 10^3} = 4 \, mA$ et

$\varphi = -\arg(\overline{Z}) = 0$