Université Hassan II de Casablanca
Faculté des Sciences Ain C.hock
Département de Physique

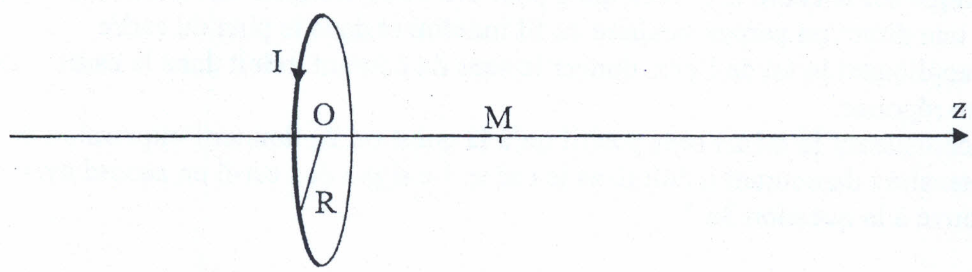
SMP / C S3 2016 / 2017

Rattrapage d'électricité II

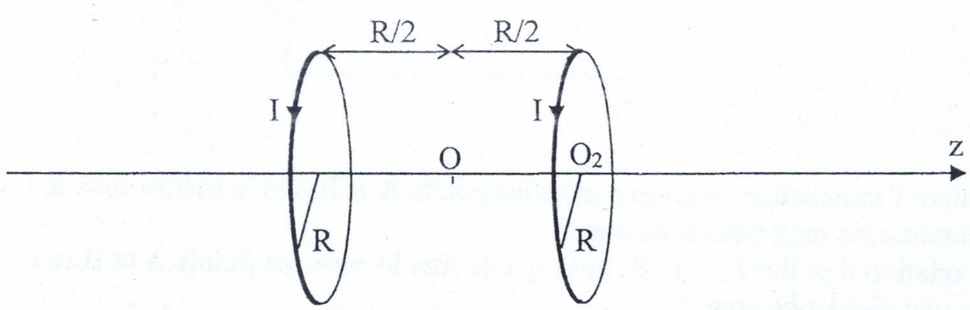
Mardi 7 Février 2017 - Durée : 1h 30

Exercice 1 : (sur 8 points)

Une spire circulaire de rayon R et de centre O est parcourue par un courant d'intensité I.



1. Par des considérations de symétrie, donner la direction du champ magnétique créé en un point M de l'axe de la spire.
2. En utilisant la loi de Biot et Savart, donner l'expression B(z) du champ créé en un point de l'axe d'abscisse z. En particulier, donner les expressions de B(z = R/2) et B(z = - R/2).
3. Sur un axe Oz on place 2 spires identiques de rayon R respectivement en O_1 d'abscisse – R/2 et en O_2 d'abscisse R/2. Elles sont parcourues dans le même sens par un courant d'intensité I. (Par souci de clarté, sur le schéma ci-dessus, l'échelle horizontale est différente de l'échelle verticale)



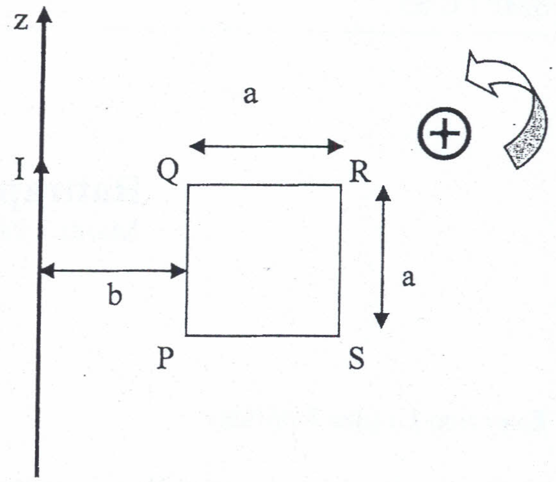
Déterminer le champ magnétique en O, milieu de $[O_1O_2]$

TSVP

27

Exercice 2 : (sur 7 points)

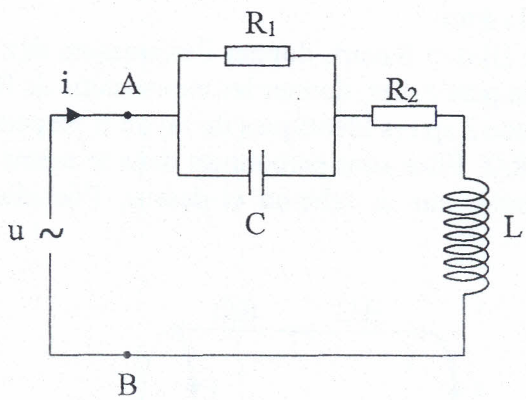
1. Un fil indéfini est parcouru par un courant d'intensité constante I. Par application du théorème d'Ampère, déterminer l'expression du vecteur champ magnétique créé en un point quelconque situé à la distance ρ du fil.
2. Un cadre métallique carré PQRS de côté b et de résistance électrique r est placé à proximité du fil indéfini (voir figure) de façon que le plan du cadre contienne le fil indéfini.



En choisissant comme sens positif de parcours sur le contour du cadre, le sens antihoraire (sens PSRQ, voir figure), déterminer l'expression du flux magnétique à travers le cadre.

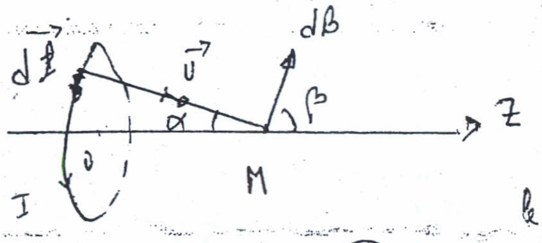
3. On applique sur le cadre une force qui a pour effet de l'éloigner du fil à la vitesse constante v, dans une direction perpendiculaire au fil indéfini et dans le plan du cadre.
   a. En appliquant la loi de Lenz, donner le sens du courant induit dans le cadre. Justifier votre réponse.
   b. En choisissant le même sens positif qu'à la question 2., donner l'expression de l'intensité i du courant induit dans le cadre. Le signe de i est-il en accord avec le sens de i trouvé à la question 3a ?

Exercice 3 : (sur 5 points)



1. Déterminer l'impédance complexe entre les points A et B. On la mettra sous la forme S + jT et on donnera les expressions de S et T.
2. Quelle relation doit lier L, C et R_1 pour que le dipôle entre les points A et B se comporte comme une résistance pure ?
3. En prenant $u(t) = U_0.\sin \omega t$ avec $U_0 = 18$ V et $i(t) = I_0.\sin(\omega t + \varphi)$, déterminer I_0 et φ pour les valeurs suivantes : $R_1 = 1$ kΩ ; $R_2 = 0.5$ kΩ ; $L\omega = 2$ kΩ et $C\omega = 1$ kΩ

Exercice 1



1°. Tout plan contenant l'axe (Oz) est un plan d'antisymétrie. $M \in (Oz)$, donc le champ $\vec B(M)$ doit être dans tous ces plans : $\vec B(M)$ est dirigé selon l'intersect° de tous ces plans, intersection qui est (Oz) : $\boxed{\vec B(M) = B\,\vec e_z}$

1pt

Remarque : le plan P de la spire est un plan de symétrie mais $M \notin P$ donc ça ne sert à rien de le dire. Sauf pour ~~$M \equiv O$, centre de la spire,~~ et on en déduira : $\vec B(O) \perp P$, ce qui est en accord avec $\vec B(O) = B(O)\,\vec e_z$.

2°) d'après la loi de Biot et Savart, tout élément $\vec{dl}$ de la spire crée en M un champ élémentaire $\vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\,\frac{\vec{dl}\wedge\vec u}{r^2}$

Les $\vec{dB}$ ont des orientations différentes selon $\vec{dl}$ et donc le champ total $B \neq dB$ bien que évidemment $\vec B = \int \vec{dB}$.

d'après la 1ère question, $B = \vec B \cdot \vec e_z$ donc $B = \int_{spire} \vec{dB}\cdot\vec e_z = \int_{sp} dB\cos\beta$

Comme $\alpha + \beta = \pi/2 \rightarrow B = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi}\,\frac{\|\vec{dl}\wedge\vec u\|}{r^2}\sin\alpha$.

or $\vec{dl} \perp \vec u$, α et r sont constants lors de l'intégration

d'où $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\,\frac{\sin\alpha}{r^2}\int dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\sin\alpha \cdot 2\pi R$

Comme $\sin\alpha = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}}$; il vient:

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R}\sin^3\alpha\,\vec{e_z} = \frac{\mu_0 I}{2}\,\frac{R^2}{(R^2+z^2)^{3/2}}\,\vec{e_z}}$$

valable pour $z \geq 0$ ou $z \leq 0$.

(4)

En particulier $\boxed{\vec{B}(z=-R/2) = \vec{B}(z=+R/2) = \frac{\mu_0 I}{2R}\cdot\frac{8}{5\sqrt{5}}\,\vec{e_z}}$

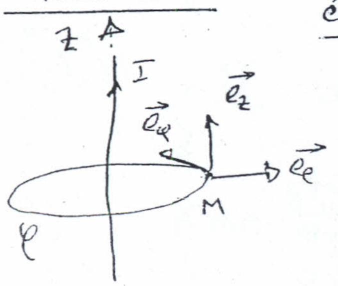
(1pt)

3°/ Pour le champ créé en O par les 2 bobines, cela revient à additionner $\vec{B}(-R/2)$ avec $\vec{B}(+R/2)$ - d'où :

$$\boxed{\vec{B}(0) = 2\times\frac{\mu_0 I}{2R}\,\frac{8}{5\sqrt{5}}\,\vec{e_z} = \frac{8}{5\sqrt{5}}\cdot\frac{\mu_0 I}{R}\,\vec{e_z}}$$

(2pts)

Exercice 2.



1) Appliquons le th d'Ampère en 5 étapes

étape 1) symétrie : Soit M un point qcq. le plan contenant M et le fil est un plan de symétrie : $\vec{B}(M)$ doit être $\perp$ à ce plan, càd $\vec{B}(M) = B(M)\,\vec{e_\varphi}$

Par ailleurs, cette distribution de courant est invariante par rotation autour de l'axe z et par translation le long de cet axe z : $B(M) = B(\rho, \varphi, z)$ ne dépend que de ρ :

$$\vec{B}(M) = B(\rho)\,\vec{e_\varphi}$$

Étape 2 : Choix de la courbe d'Ampère $\mathcal{C}$. ③

Ce sera le cercle d'axe z passant par M, càd de rayon ρ.

Étape 3 : Calcul direct de la circulation de $\vec{B}$ sur $\mathcal{C}$.

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B}\cdot\vec{dl} \underset{\uparrow}{=} \oint_{\mathcal{C}} B\, dl \underset{\uparrow}{=} B \oint_{\mathcal{C}} dl = \underline{B.2\pi\rho}$$

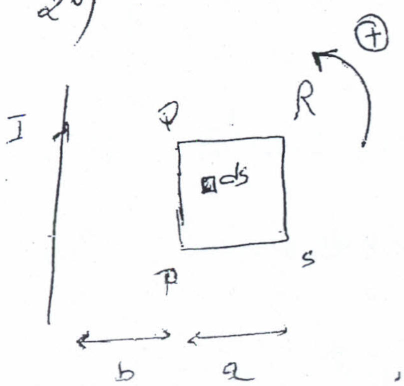
car $\vec{B} /\!/ \vec{dl}$ car B constant sur $\mathcal{C}$.

Étape 4 : Théorème d'Ampère $\rightarrow$ $\underline{\oint_{\mathcal{C}} \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 \Sigma I = \mu_0 I}$.

Étape 5 : Conclusion : $B.2\pi\rho = \mu_0 I$ d'où $\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}\,\vec{e}_\varphi}$

2pts

2°)



. Vu le sens PSRQ positif choisi, un élément $\vec{dS}(M)$ de la surface du cadre centré sur un point M sera orienté selon $-\vec{e}_\varphi$: $\underline{\vec{dS}(M) = -dS\,\vec{e}_\varphi}$

. le flux magnétique /cadre est :

$$\boxed{\phi = \iint_{\text{Cadre}} \vec{B}\cdot\vec{dS} = \iint -\frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}\, d\rho\, dz = -\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \mathrm{Ln}\left(\frac{a+b}{b}\right)}$$

2pts

3)a le cadre s'éloigne du fil, il va donc dans des régions où le champ magnétique est de plus en plus faible. D'après la loi de Lenz, un courant induit i va circuler dans le cadre, dans un sens tel que le champ $\vec{b}$ créé par i s'oppose à la diminution de $\vec{B}$, càd que $\vec{b}$ aura le sens de $\vec{e_z}$. Pour cela, la règle de la main droite montre que $\boxed{i \text{ circulera dans le sens } P \to Q \to R \to S.}$ (1)

3b) D'après la loi de Faraday, la f.e.m induite dans le cadre est : $e = -\frac{d\phi}{dt}$

D'après 2°/ $e = +\frac{\mu_0 I a}{2\pi}\frac{d}{dt}\left[\ln(a+b) - \ln(b)\right].$

$$= \frac{\mu_0 I a}{2\pi}\cdot\left(\frac{\frac{d(a+b)}{dt}}{a+b} - \frac{db/dt}{b}\right)$$

Comme le cadre s'éloigne à la vitesse constante v, alors $\frac{db}{dt} = v$ (et $a = cte$ évidemment). D'où.

$$e = \frac{\mu_0 I a}{2\pi}\left(\frac{v}{a+b} - \frac{v}{b}\right) = -\frac{\mu_0 I a v}{2\pi}\cdot\frac{a}{b(a+b)} = -\frac{\mu_0 I a^2 v}{2\pi\, b(a+b)}$$

Si on désigne par r la résistance électrique du cadre, on aura $i = \frac{e}{r} < 0$. (5)

i est négatif. Vu le sens PSRQ positif choisi, on trouve donc que i a le sens $P \to Q \to R \to S$, en accord avec la loi de Lenz. 2pts

(Il est instructif de vérifier que c'est aussi (évidemment) en accord avec la règle du flux maximal. A cet effet, on n'oubliera pas que $\phi < 0$!)

Exercice 3 :

1) L'impédance complexe entre les points A et B est :

$$\overline{Z} = \frac{R_1 \times 1/jC\omega}{R_1 + 1/jC\omega} + R_2 + jL\omega = \frac{R_1}{1 + jR_1C\omega} + R_2 + jL\omega$$

$$\overline{Z} = \frac{R_1(1 - jR_1C\omega)}{1 + (R_1C\omega)^2} + R_2 + jL\omega = \left[\frac{R_1}{1 + (R_1C\omega)^2} + R_2\right] + j\left[L\omega - \frac{R_1^2C\omega}{1 + (\ )^2}\right]$$

2pts

De la forme $\overline{Z}\ S + jT$, avec

$$\boxed{S = R_2 + \frac{R_1}{1 + (R_1C\omega)^2} \quad \text{et} \quad T = L\omega - \frac{R_1^2C\omega}{1 + (R_1C\omega)^2}}$$

2°) Le dipôle AB se comportera comme une résistance pure (6°

si $T = 0$ càd si $\boxed{L = \frac{R_1^2 C}{1+(R_1 C\omega)^2}}$ 1pt

3°) Comme $U_0 = Z I_0$, avec $Z = |\bar{Z}|$, il vient :

$\boxed{I_0 = \frac{U_0}{Z}}$,

A.N. $U_0 = 18\,V$ et $Z = \left|\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1+1}\right) + j\left(2 - \frac{1}{1+1}\right)\right|$

$$= \left|1 + j\frac{3}{2}\right|$$

$$= \sqrt{1+\frac{9}{4}}$$

$$Z = \frac{\sqrt{13}}{2}\,k\Omega = \frac{\sqrt{13}}{2}\,10^3\,\Omega$$

1pt

D'où $\boxed{I_0 = \frac{18}{\sqrt{13}} \times 2 \cdot 10^{-3} = \frac{36}{\sqrt{13}}\,mA \simeq 9{,}99\,mA.}$

Pour φ : Comme $\arg\bar{Z} = \arg\bar{u} - \arg\bar{i} = \omega t - (\omega t + \varphi)$.

alors $\varphi = -\arg\bar{Z}$

$\boxed{\varphi = -\arctan\frac{3/2}{1} = -56{,}3°}$ $\boxed{\text{soit } \varphi = -0{,}98\,rad}$

Le courant est en retard sur la tension — 1pt