

UNIVERSITE HASSAN II
 Faculté des sciences. Ain Chock
 Département des Mathématiques
 et Informatique

Année universitaire 2014/2015
 Mathématiques pour les chimistes
 SMC₃.

Contrôle.
Durée: 1h 30

Exercice 1

1) **4pts** Trouver $\text{pgcd}(200, 14)$ et l'écrire sous la forme

$$200n + 14m$$

2) **2pts** Trouver les solutions entières de

$$200x + 14y = 4.$$

Exercice 2

Soit la permutation suivante

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

1) **2pts** Déterminer le nombre d'inversion et la signature $\xi(\sigma)$ de σ .

2) **2pts** Décomposer σ en un produit de transpositions.

3) **2pts** Décomposer σ en un produit de cycles à support disjoint. Retrouver ainsi la valeur de $\xi(\sigma)$.

Exercice 3 4pts Soit le groupe $G =]-1, \infty[$ muni de la loi

$$x * y = \frac{xy + x + y - 2}{3}.$$

Montrer que l'application

$$f : (G, *) \longrightarrow (\mathbb{R}_+, \times) \\ x \longmapsto \frac{1}{3}(x + 1).$$

est un isomorphisme de groupes.

Exercice 4 1) 2pts Etudier la nature de la série de terme général u_n

$$u_n = \frac{1}{\sqrt{n!}}.$$

2) **2pts** Déterminer le rayon de convergence R de la série entière suivante

$$\sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^n}{(2n + 1)!} z^n.$$